La famiglia dei numeri primi

"La NON solitudine dei numeri primi"

a cura di Marcello Pedone

Finalità

Questa "*storia*" si pone l'obiettivo di presentare i ***numeri primi*** e le *domande* che hanno suscitato nei secoli in matematica, usando una narrativa "*adattata*" alle conoscenze del primo biennio. Un obiettivo secondario, non per importanza, è quello di riflettere sulla differenza tra ***congettura***, ***verifica*** e ***dimostrazione***.

Premessa

Il mio anno di nascita coincide con l'unico numero triangolare [1] del secolo scorso.

(I primi numeri triangolari sono: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105, 120, 136, 153, 171, 190, 210, 231, 253, 276, 300, 325, 351, 378, 406, 435, 465, 496, 528, 561, 595, 630, 666, 703, 741, 780, 820, 861, 903, 946, 990, 1035, 1081, 1128, 1176, 1225, 1275, 1326, 1378, 1431, 1485, 1540, 1596, 1653, 1711, 1770, 1830, 1891, **1953,** 2016, 2080, 2145, 2211, 2278, 2346, 2415, 2485, 2556, 2628, 2701, 2775, 2850, 2926, 3003, 3081, 3160, 3240 ecc.).

Per questo motivo e per il fatto che sono il primogenito, i miei genitori mi hanno dato il nome "Primo" , anche se ci sono dei dubbi se il numero ***1*** sia numero primo[2]. Ho due fratelli: *"**2**" e "**3**".*

Bisogna sapere (prima di avventurarci in questa storia) che i miei genitori sono fermamente convinti del valore fondante dei **numeri primi**, pertanto hanno deciso di non generare un altro figlio, perché sarebbe stato il quarto figlio e *"**4**"* non è numero primo.

L'occultista Gerard Encausse, conosciuto col nome di Papus, dice del ***numero 1***:

- *Sesso: auto-creatore (quindi non ha sesso mentre i pari sono femminili e i dispari maschili);*
- *Origine: nascosta all'essere umano;*
- *Il suo quadrato: se stesso;*
- *Il suo cubo: se stesso;*
- *La sua radice essenziale: se stesso;*
- *Il suo nome: l'Unità;*
- *Senso sefirotico: Potenza suprema;*
- *Significato numerale esoterico: l'origine di tutti i numeri;*
- *Corrispondenza geometrica: il punto conosciuto spiritualmente.*

[1] *Appendice 1. https://www.geogebra.org/m/n5wpUMUv(I numeri Triangolari e la formula di Gauss)*
[2] *Appendice 2. https://www.geogebra.org/m/bTHUKdjk (Numeri primi e numeri di Marin Mersenne)*

Alcune caratteristiche dei miei fratelli "2" e "3"

- ✓ 2 è il primo numero primo ed è l'unico numero primo pari. I Pitagorici consideravano il 2 un numero femminile, come tutti i numeri pari, anche se mio fratello non appartiene al genere femminile;
- ✓ La congettura di Goldbach afferma che ogni numero pari maggiore di 2 è la somma di 2 numeri primi;
- ✓ 3 è il primo numero primo dispari. I Pitagorici consideravano il 3 un numero maschile, come tutti i numeri dispari e questo è vero per mio fratello.

Congettura dei numeri fratelli : ***"Esistono infinite coppie di numeri primi la cui differenza è un numero pari qualsiasi".***

Durante i miei studi (interessanti e piacevoli), ho incontrato un personaggio "***immaginario***" , "***i***" che mi ha fatto comprendere di essere mio fratello, anche se tra di noi non c'è apparentemente nessun legame. Moltiplicando "***immaginario***" "***i***" per 4 volte, si ottiene il numero **1,** cioè: $\boldsymbol{i \cdot i \cdot i \cdot i = 1}$. Non ho voluto approfondire la questione, perché si entra nel ***campo complesso***.

Il numero 1 è primo ?

In base alla definizione elementare di numero primo riportata da alcuni testi (***un numero che ha come fattori solo 1 e se stesso***), ***1*** sarebbe numero primo.

Osserviamo però che tutti i **NUMERI PRIMI** (escluso l'uno) hanno sempre **2 divisori.**

Definizione di ***numeri primi*** e ***numeri composti*** dovuta a **Robert Daniel Carmichael:**

- **Numero primo**: *un numero intero p diverso da 1 si dice primo assoluto o semplicemente primo, quando non ammette altri divisori che 1 e se stesso*

- **Numero composto**: *un numero si dice composto, quando ammette almeno un divisore diverso da 1 e da se stesso*

Si possono dividere i numeri naturali in:

- numeri con **1 solo divisore**: il **Numero Uno**
- numeri con **2 soli divisori**, *1 e se stesso*: **Numeri Primi**
- numeri con **più di 2 divisori**: **Numeri Composti**

Vediamo due dei tanti paradossi che si verificherebbero, considerando "***1*** " numero primo:

- ➢ **Teorema Fondamentale Dell'aritmetica**: **"Ogni numero naturale diverso da zero e da 1 o è un numero primo o è il prodotto di fattori primi"**. Se considerassimo **1** come un **Numero Primo**, *tutti i successivi numeri naturali sarebbero numeri composti*, perché 1 sarebbe un fattore primo presente in tutti;

- ➢ Considerando **1** come un **Numero Primo** porterebbe nel **Crivello Di Eratostene** a *cancellare tutti i numeri successivi, in quanto multipli di uno,* con la conseguenza che tutti i numeri naturali verrebbero considerati composti, eccetto il numero **1.**

Numeri primi da 2 a 1009

	2	3	5	7	11	13	17	19	23
29	31	37	41	43	47	53	59	61	67
71	73	79	83	89	97	101	103	107	109
113	127	131	137	139	149	151	157	163	167
173	179	181	191	193	197	199	211	223	227
229	233	239	241	251	257	263	269	271	277
281	283	293	307	311	313	317	331	337	347
349	353	359	367	373	379	383	389	397	401
409	419	421	431	433	439	443	449	457	461
463	467	479	487	491	499	503	509	521	523
541	547	557	563	569	571	577	587	593	599
601	607	613	617	619	631	641	643	647	653
659	661	673	677	683	691	701	709	719	727
733	739	743	751	757	761	769	773	787	797
809	811	821	823	827	829	839	853	857	859
863	877	881	883	887	907	911	919	929	937
941	947	953	967	971	977	983	991	997	1009

Test di primalità

Per scoprire se un numero è "***primo***", ci sono dei test detti "***test di primalità*** " che sono degli algoritmi applicati ad un numero intero, per scoprire se è primo. A partire dal Seicento, sono stati ideati diversi altri algoritmi, tra cui il **test di Fermat** e il **test di Wilson**. Il **test di Fermat** è uno dei primi test di primalità e, come gli altri test , si propone di verificare ***non se un numero intero positivo è primo, ma se un numero dato non è primo.***

Un semplice test , che si basa sulla definizione stessa di **numero primo**, è il seguente: " *Dato un numero di input n, si verifichi se esiste un intero m compreso tra 2 e n − 1 tale da dividere n. Se n è divisibile per un qualunque m allora n è composto, altrimenti è primo*".

Altri "*test* "sono stati creati per essere utilizzati solamente su particolari classi di numeri: esempi sono **il test di Lucas- Lehmer** e i **numeri di Mersenne** per i numeri nella forma $k2^n+1$, dove k è dispari e minore di 2^n.

https://www.geogebra.org/m/bTHUKdjk

Marin Mersenne(1588-1648), matematico francese, trovò una formula in grado di generare molti numeri primi.

Si chiamano numeri di Mersenne i numeri della forma $M_p = 2^p - 1$

$$M_p = 2^p - 1$$ dove p è primo.

$M_2 = 2^2 - 1 = 3$

$M_3 = 2^3 - 1 = 7$

$M_5 = 2^5 - 1 = 31$

$M_7 = 2^7 - 1 = 127$

Non tutti i numeri di questo tipo sono primi e se lo sono si chiamano primi di Mersenne. Per esempio se p=11 si ottiene 2047 che non è primo

$M11 = 2^{11} - 1 = 2047 = 23 \cdot 89$

Pierre de Fermat (1601-1665), contemporaneo di Mersenne, formulò l'ipotesi che i numeri del tipo

$F_n = 2^{2^n} + 1$

Fossero primi

Nel 1732, Eulero scoprì che

$F_5 = 2^{2^5} + 1 =$

$2^{32} + 1 =$

$= 4294967297$

non è primo

NOTA. Dirichlet nel 1937 provò che***:*** *" Se a,b sono due naturali, primi tra loro, allora la funzione lineare f(x) = ax + b con MCD(a;b) = 1 contiene infiniti numeri primi quando l'intero x descrive l'insieme dei numeri naturali"* (*forme generatrici lineari*).

<u>L'importanza di essere il numero 1</u>

- ***Non sono considerato numero primo, ma sono un "numero felice"!***

La definizione dei ***numeri “felici”*** si basa sul calcolare ripetutamente la somma dei quadrati delle cifre. Iniziando con 7, ad esempio, deriviamo 49, 97, 130, 10, 1. Se in questo modo otteniamo prima o poi 1, il numero iniziale si dice “felice”.
Esistono anche i numeri "***infelici***", ad esempio 2 (senza fare riferimento a mio fratello) , perché genera la sequenza 4, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, che si ripete all’infinito. Replicando il procedimento descritto, tutti i numeri infelici finiscono in questo ciclo.
I numeri **felici** fino a 1000 sono: *1, 7, 10, 13, 19, 23, 28, 31, 32, 44, 49, 68, 70, 79, 82, 86, 91, 94, 97, 100, 103, 109, 129, 130, 133, 139, 167, 176, 188, 190, 192, 193, 203, 208, 219, 226, 230, 236, 239, 262, 263, 280, 291, 293, 301, 302, 310, 313, 319, 320, 326, 329, 331, 338, 356, 362, 365, 367, 368, 376, 379, 383, 386, 391, 392, 397, 404, 409, 440, 446, 464, 469, 478, 487, 490, 496, 536, 556, 563, 565, 566, 608, 617, 622, 623, 632, 635, 637, 638, 644, 649, 653, 655, 656, 665, 671, 673, 680, 683, 694, 700, 709, 716, 736, 739, 748, 761, 763, 784, 790, 793, 802, 806, 818, 820, 833, 836, 847, 860, 863, 874, 881, 888, 899, 901, 904, 907, 910, 912, 913, 921, 923, 931, 932, 937, 940, 946, 964, 970, 973, 989, 998, 1000*

Si ipotizza che circa il 12% dei numeri sia felice, sebbene non esista ancora dimostrazione di ciò. I numeri felici sono infiniti: ad esempio, **tutte le potenze di 10 sono numeri felici.**

- ***Essendo il numero 1, sono" primo" in tutte le classifiche.***

<u>Dove si può incontrare il numero 1 (oltre che su INTERNET)?</u>

- Nella <u>TEORIA DEGLI INSIEMI</u>, il numero uno è costruito a partire dall'insieme vuoto ottenendo {∅}, la cui cardinalità è appunto <u>**1**</u>
- È <u>l'ELEMENTO NEUTRO</u> della moltiplicazione e della divisione negli insiemi dei numeri naturali, interi, razionali e reali
- È il primo e il secondo numero della <u>SUCCESSIONE DI FIBONACCI</u>, prima del 2. I primi termini della successione di Fibonacci sono: <u>**1**</u>,<u>**1**</u>,2,3,5,8,13,21,34,55,...
- È il secondo numero della <u>SUCCESSIONE DI LUCAS,</u> dopo il 2 *(*2,<u>**1**</u>,3,4,7,11,18,...)
- È il primo elemento di tutte le successioni di NUMERI FIGURATI
- È un N<u>UMERO DI CATALAN</u> : <u>**1**</u>**,** <u>**1**</u>**,** 2, 5, 14, 42, 132, 429, 1430, 4862, 16796,…
- È il primo <u>NUMERO IDONEO</u> . Eulero e Carl Friedrich Gauss trovarono 65 numeri idonei: <u>**1**</u>**,** *2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 15, 16, 18, 21, 22, 24, 25, 28, 30, 33, 37, 40, 42, 45, 48, 57, 58, 60, 70, 72, 78, 85, 88, 93, 102, 105, 112, 120, 130, 133, 165, 168, 177, 190, 210, 232, 240, 253, 273, 280, 312, 330, 345, 357, 385, 408, 462, 520, 760, 840, 1320, 1365 e 1848*

- È il primo <u>NUMERO DI ULAM</u> : **1,** *2, 3, 4, 6, 8, 11, 13, 16, 18, 26, 28, 36, 38, 47, 48, 53, 57, 62, 69, 72, 77, 82, 87, 97, 99, 102, 106, 114,...*
- È un <u>NUMERO DI WEDDERBURN-ETHERINGTON:</u> **1, 1, 1,** *2, 3, 6, 11, 23, 46, 98, 207, 451, 983, 2179, 4850, 10905, 24631, 56011, 127912, 293547, 676157, 1563372, 3626149, 8436379, 19680277, 46026618, 107890609, 253450711, 596572387, 1406818759, 3323236238, 7862958391,…*
- È il primo termine della <u>SUCCESSIONE DI MIAN-CHOWLA</u>, cioè una sequenza ricorsiva di numeri interi definita in modo tale che le somme a due a due dei termini precedenti ad uno dato siano tutte distinte: **1,** *2, 4, 8, 13, 21, 31, 45, 66, 81, 97, 123, 148, 182, 204, 252, 290, 361, 401, 475, 565, 593, 662, 775, 822, 916, 970*
- È un <u>NUMERO STRETTAMENTE NON PALINDROMO</u>, ovvero è un numero intero n che non può essere scritto come numero palindromo in nessuna base di numerazione compresa tra 2 e *n*-2
  I primi numeri strettamente non palindromi sono: **1,** *2, 3, 4, 6, 11, 19, 47, 53, 79, 103, 137, 139, 149, 163, 167, 179, 223, 263, 269, 283, 293, 311, 317, 347, 359, 367, 389, 439, 491, 563*
- È il primo <u>NUMERO ALTAMENTE TOTIENTE</u> . Un **numero altamente totiente** è un intero *k* maggiore di 1 tale che l'equazione φ(*x*) = *k*, dove φ rappresenta la funzione totiente di Eulero, abbia più soluzioni che qualsiasi altro numero minore di *k*. I primi numeri altamente totienti sono: **1,** *2, 4, 8, 12, 24, 48, 72, 144, 240, 432, 480, 576, 720, 1152, 1440.* L'insieme dei numeri altamente cototienti è un sottoinsieme della sequenza dei più piccoli interi *k* il cui valore è assunto dalla funzione totiente *n* volte. Dopo 1, tutti i numeri altamente cototienti sono pari, essendo 1 l'unico numero dispari a non essere nontotiente
- È un <u>NUMERO DI HARSHAD COMPLETO,</u> cioè è numero di Harshad in qualunque base sia espresso. Un **numero di Harshad** in una data base è un numero intero positivo divisibile per la somma delle proprie cifre. I primi numeri di Harshad nella base 10 con più di una cifra sono: *10, 12, 18, 20, 21, 24, 27, 30, 36, 40, 42, 45, 48, 50, 54, 60, 63, 70, 72, 80, 81, 84, 90, 100, 102, 108, 110, 111, 112, 114, 117, 120, 126, 132, 133, 135, 140, 144, 150, 152, 153, 156, 162, 171, 180, 190, 192, 195, 198, 200, 201, 204...*
- È un <u>NUMERO DI DUDENEY</u>. Un **numero di Dudeney** è un intero positivo che è un cubo perfetto tale che la somma delle sue cifre è pari alla radice cubica del numero stesso. Esistono soltanto sei numeri di Dudeney **1 = 1 x 1 x 1 ; 1 = 1**
  - *512 = 8 x 8 x 8 ; 8 = 5 + 1 + 2*
  - *4913 = 17 x 17 x 17 ; 17 = 4 + 9 + 1 + 3*
  - *5832 = 18 x 18 x 18 ; 18 = 5 + 8 + 3 + 2*
  - *17576 = 26 x 26 x 26 ; 26 = 1 + 7 + 5 + 7 + 6*
  - *19683 = 27 x 27 x 27 ; 27 = 1 + 9 + 6 + 8 + 3*
- È un <u>NUMERO POTENTE</u>, cioè un intero positivo m tale che, per ogni numero primo *p* che divide *m*, anche p^2 divide *m*. Un numero potente è il prodotto di un quadrato per un cubo, ovvero può essere scomposto nella forma $m = a^2b^3$, dove *a* e *b* sono interi positivi (eventualmente uguali a 1)). I primi numeri potenti, compresi tra 1 e 1000, sono: **1,** *4, 8, 9, 16, 25, 27, 32, 36, 49, 64, 72, 81, 100, 108,*

121, 125, 128, 144, 169, 196, 200, 216, 225, 243, 256, 288, 289, 324, 343, 361, 392, 400, 432, 441, 484, 500, 512, 529, 576, 625, 648, 675, 676, 729, 784, 800, 841, 864, 900, 961, 968, 972, 1000

- È un NUMERO DI KAPREKAR , cioè in una data base è un numero intero non-negativo, il cui quadrato nella data base sia un numero che può essere diviso in due parti tali che, sommate tra loro, diano di nuovo il numero di partenza. I primi numeri di Kaprekar in base 10 sono: **1,** *9, 45, 55, 99, 297, 703, 999, 2223, 2728, 4879, 4950, 5050, 5292, 7272, 7777, 9999, 17344, 22222, 38962, 77778, 82656, 95121, 99999, 142857, 148149, 181819, 187110, 208495, 318682, 329967, 351352, 356643, 390313, 461539, 466830, 499500, 500500, 533170,…*

Osservazioni fondamentali

- *La cosa che mi fa "arrabbiare" è che* ***mi "annullo", se incontro il logaritmo.*** Lo stesso *accade incontrando l'arcocoseno, mentre* ***se incontro l'arcotangente "mi tira su"di 45° e se incontro l'arcoseno mi fa "girare" di 90°***
- *Una cosa che mi fa piacere è che "****Se prendete quattro numeri interi consecutivi, li moltiplicate fra loro e aggiungete 1, otterrete sempre un quadrato perfetto!***

I Numeri Primi Soffrono di solitudine?

- La frequenza con cui si trovano i numeri primi tende a diminuire lentamente: tra 1 e 100 ci sono 25 numeri primi, tra 101 e 201 ce ne sono 21, tra 201 e 300 ce ne sono 16 ,..., tra 10001 e 10100 sono 11 e tra 99901 e 100000 sono solo 8. La prima dimostrazione dell'infinità dei numeri primi è dovuta ad Euclide ed è nota dal III Secolo a.C.
- Il numero primo maggiore mai calcolato conta ben *22338618 di cifre* e si ottiene moltiplicando **2** per *se stesso* **74207281 volte** e sottraendo **1** al *risultato*. Il suo creatore *Curtis Cooper*, docente all'*Università del Missouri*, ha battuto il suo stesso record di *17 milioni di cifre istituito nel 2013*. Questo NUMERO è destinato a *rimanere*, almeno per ora, inutilizzato visto che pochi computer possono calcolare adoperare numeri *così grandi*. **M74207281** (questa la sua *sigla*) per adesso fa quindi compagnia all'**1**

Vedremo che i numeri primi non sono "*tanto*" soli.
Hanno molti gemelli e molti cugini , fanno parte di molti gruppi, anche di gruppi sexy.

Gemelli

Il primo matematico a dare a tali numeri primi il nome di "***gemelli"*** fu **Paul Stäckel**(1862 – 1919), un tedesco studioso della teoria dei numeri.

Quando la **differenza** tra un **numero primo** e quello **precedente** è **2**, questa coppia di numeri primi viene detta "**numeri primi gemelli"**. Ad eccezione della "tripletta" formata da 3, 5 e 7, i numeri primi gemelli si presentano a coppie, inoltre, tranne nel caso 3 e 5, ***il numero posto tra di loro è sempre un multiplo di 6.***

Se chiamiamo **p** un numero primo, la coppia **(p,p+2)** viene detta **NUMERI PRIMI GEMELLI.**

I Gemelli (p,p+2)
(3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19), (29, 31), (41, 43), (59, 61), (71, 73), (101, 103), (107, 109), (137, 139), (149, 151), (179, 181), (191, 193), (197, 199), (227, 229), (239, 241), (269, 271), (281, 283), (311, 313), (347, 349), (419, 421), (431, 433), (461, 463), (521, 523), (569, 571), (599, 601), (617, 619), (641, 643), (659, 661), (809, 811), (821, 823), (827, 829), (857, 859), (881, 883),(...,...)

È stato congetturato che esistano infinite coppie di numeri primi gemelli, sebbene nessuno sia ancora riuscito a dimostrarlo.

La **congettura dei numeri primi gemelli** è un famoso problema irrisolto della teoria dei numeri che riguarda i numeri primi. Essa fu proposta per la prima volta da Euclide intorno al 300 a.C.: "*Esistono infiniti numeri primi p tali che anche p + 2 sia un numero primo"*.

Quindi ci sono infiniti "gemelli".

Ci sono infiniti "gemelli"

- ✓ **Teorema di Clement:**

"Gli interi n , n+2 costituiscono una coppia di numeri gemelli se e solo se $4[(n-1)!+1] \equiv -n \pmod{n(n+2)}$*"*

***"La solitudine dei numeri primi"** è il primo romanzo di Paolo Giordano. Edito da Mondadori, ha ricevuto i Premi Strega e Campiello opera prima 2008. Romanzo di formazione, narra le vite parallele di Alice e Mattia attraverso le vicende spesso dolorose che ne segnano l'infanzia, l'adolescenza e l'età adulta.

I due ragazzi sono paragonati a due numeri primi gemelli (numeri primi solitari ed isolati, ma vicinissimi fra loro, poiché separati da un solo numero): accomunati dalle stesse particolarità, attratti l'uno verso l'altra, non riescono mai ad unirsi, perché divisi da un invalicabile ostacolo.

L'autore, in un'intervista del 2008, ha scherzosamente detto di non sapere se i due numeri citati nel romanzo 2.760.889.966.649 (per Mattia) e 2.760.889.966.651 (per Alice) siano realmente primi; in effetti sono proprio due "***numeri primi gemelli***".

Cugini

I **numeri primi "cugini"** sono una coppia di numeri primi che differiscono di quattro.
I Cugini (p,p+4)
(3, 7), (7, 11), (13, 17), (19, 23), (37, 41), (43, 47), (67, 71), (79, 83), (97, 101), (103, 107), (109, 113), (127, 131), (163, 167), (193, 197), (223, 227), (229, 233), (277, 281), (307, 311), (313, 317), (349, 353), (379, 383), (397, 401), (439, 443), (457, 461), (487, 491), (499, 503), (613, 617), (643, 647), (673, 677), (739, 743), (757, 761), (769, 773), (823, 827), (853, 857), (859, 863), (877, 881), (883, 887), (907, 911), (937, 941), (967, 971), (...,...)

Dalla prima ***congettura di Hardy-Littlewood***, segue che i **primi cugini** hanno la stessa densità asintotica dei ***numeri primi gemelli*.**

Ci sono infiniti "cugini"

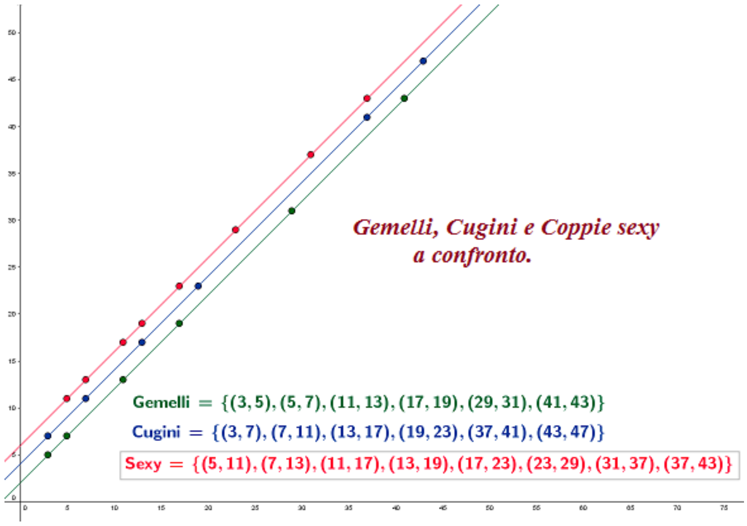
Quindi ci sono infiniti "cugini".

Gruppi sexy

Da adulto ho conosciuto i primi sexy, niente di erotico in verità.
I **numeri primi** "**sexy**" non devono il nome a qualche attrattiva intrinseca, né li ha scoperti un matematico molto attraente (sexy). Si tratta di una deformazione della parola sex (che è latino, non inglese!).

- ***Coppie sexy (p,p+6)***

Due numeri primi si dicono "**sexy"**, quando la loro differenza è pari a sei, ovvero formano coppie di tipo: **(p,p+6)**
Sono sexy le coppie:
(5, 11), (7, 13), (11, 17), (13, 19), (17, 23), (23, 29), (31, 37), (37, 43), (...,...),..



- ***Problema:* è *più facile "incontrare" una coppia sexy per un "gemello" o per un "cugino"?***

- ***Terzine sexy (p,p+6,p+12)***

Oltre alle coppie sexy, esistono anche le terne **sexy**, rappresentati dalle terne di primi del tipo: **(p,p+6,p+12)** *tale che p+18 sia composto.*
Sono sexy le terne:
(7,13,19), (17,23,29), (31,37,43), (47,53,59), (67,73,79), (97,103,109), (101,107,113), (151,157,163), (167,173,179), (227,233,239), (257,263,269), (271,277,283), (347,353,359), (367,373,379), (557,563,569), (587,593,599), (607,613,619), (647,653,659), (727,733,739), (941,947,953), (971,977,983), (...,...,...)

- ***Quadruple sexy (p,p+6,p+12,p+18)***

Una quadrupla di primi sexy può iniziare solamente con un numero primo, la cui ultima cifra è 1 (con l'eccezione di 5).
Sono sexy le quadruple:
(5,11,17,23), (11,17,23,29), (41,47,53,59), (61,67,73,79), (251,257,263,269), (601,607,613,619), (641,647,653,659)

- ***Quintuple sexy (p,p+6,p+12,p+18)***

L'unica quintupla di primi sexy possibile è **"5, 11, 17, 23, 29"** e non ne possono esistere altre, poiché uno dei cinque termini dovrà essere necessariamente multiplo di 5.

Terzine

Una "**terzina di primi**" è una disposizione di tre numeri primi della forma (p, $p + 2$, $p + 6$) o (p, $p + 4$, $p + 6$). Con l'eccezione di (2, 3, 5) e (3, 5, 7), questo è il più vicino possibile raggruppamento di tre numeri primi, dato che fra tre numeri dispari consecutivi ve n'è sempre uno che è divisibile per 3 e quindi non primo (a meno che non sia appunto uguale a 3).
Le prime terzine di primi sono:
(5, 7, 11), (7, 11, 13), (11, 13, 17), (13, 17, 19), (17, 19, 23), (37, 41, 43), (41, 43, 47), (67, 71, 73), (97, 101, 103), (101, 103, 107), (103, 107, 109), (107, 109, 113), (191, 193, 197), (193, 197, 199), (223, 227, 229), (227, 229, 233), (277, 281, 283), (307, 311, 313), (311, 313, 317), (347, 349, 353), (457, 461, 463), (461, 463, 467), (613, 617, 619), (641, 643, 647), (821, 823, 827), (823, 827, 829), (853, 857, 859), (857, 859, 863), (877, 881, 883), (881, 883, 887), (...,...,...)

Una terzina di primi contiene una coppia di primi gemelli (p e $p + 2$, o $p + 4$ e $p + 6$), una coppia di primi cugini (p e $p + 4$, o $p + 2$ e $p + 6$) e una coppia di primi sexy (p e $p + 6$).

Lo stesso numero primo può far parte al massimo di tre terzine di primi , ad esempio, 103 è un membro di (97, 101, 103), (101, 103, 107) e (103, 107, 109). Quando succede, i cinque numeri primi interessati vanno a formare una quintupla di primi.

In modo analogo alla ***congettura dei "primi gemelli***"**,** si suppone che ci siano infinite terzine di primi. La più grande terzina di primi contiene numeri primi di 10047 cifre (marzo 2010); è stata trovata nel 2008 da Norman Luhn e François Morain ed è formata dai primi (p, $p + 2$, $p + 6$) con $p = 2072644824759 \times 2^{33333} - 1$.

Quindi i "numeri primi" hanno infinite terzine.

Ci sono infinite "terzine"

- ***Quali sono il secondo e terzo termine della terzina (**$2072644824759 \times 2^{33333} - 1$**, p + 2, p + 6)?***

La solitudine statistica dei numeri primi

Casuali, ma non troppo.

Il grande mistero della "***famiglia***" dei numeri primi. Attualmente, non è ancora chiaro se i numeri primi siano distribuiti completamente a caso tra tutti gli altri o se, al contrario, la loro distribuzione segua qualche legge sconosciuta. Forse non sono distribuiti senza un criterio, ma potrebbero rispondere a regole inattese: lo hanno scoperto Robert Lemke Oliver e Kannan Soundararajan, due matematici della Stanford University.

L'intervallo tra due numeri primi consecutivi è molto variabile: ci sono numeri primi consecutivi separati da un solo numero non primo (**primi gemelli**) e numeri primi consecutivi separati da moltissimi numeri non primi.
Nel marzo 2016, i matematici Kannan Soundararajan e Robert Lemke Oliver, dell'Università di Stanford (Usa), hanno pubblicato un lavoro sulla "*Cornell University Library*", ripreso anche dalla

rivista "*Nature*"[3], che mostra una sconcertante e inspiegabile proprietà della distribuzione dei numeri primi, già di per sé misteriosa.

Nel loro studio, mostrano che i numeri primi consecutivi si sforzano di non essere simili, quindi non possono avere una distribuzione così casuale, come si pensava.
Oltre ai numeri primi 2 e 5, tutti gli altri numeri primi possono finire soltanto con una delle quattro cifre: 1, 3, 7 o 9. (Se un numero termina in 2, 4, 6, 8 o 0, sarà divisibile per 2. Se termina in 5, sarà divisibile per 5). Se fossero, dunque, veramente casuali, un numero primo che termina in 1 dovrebbe essere seguito da un altro numero primo terminante in 1 con una probabilità del 25%.
Kannan Soundararajan e Robert Lemke Oliver, analizzando il primo miliardo di numeri primi, hanno scoperto che un numero primo che termina in 1 è seguito da un altro terminante in 1 circa il 18% delle volte. Invece, il numero primo è stato seguito da un numero primo che termina in 3 o 7 circa il 30% delle volte e del 9 circa il 22%.

- Quando nascerà il prossimo **"*membro* "** nella **"*famiglia dei numeri primi*"**?

Conclusioni

Considerando la **comunità "Numero Primo"(di "*parenti*" e "*amici*")** come un insieme di numeri primi che condividono lo stesso "*stato*" e determinano un ***gruppo***[4] riconoscibile, unito da vincoli, possiamo dire che non è vera **"*la solitudine dei numeri primi*"**.
Il più grande numero primo conosciuto (nel 2016) ha più di 22 milioni di cifre, non è detto, anzi è sicuro, ma non è dimostrabile che il numero di componenti della **"*famiglia*"** si fermi.

Osservazione (Numeri Primi nella vita reale)
Viviamo in un'era definita "digitale". Gli innovativi strumenti informatici pianificano, semplificano e ottimizzano le attività quotidiane, quali lavoro, istruzione, sport e anche il tempo libero. Simbolo per eccellenza di quest'epoca è il computer, diffuso in tutto il mondo e affiancato, negli ultimi anni, da altri dispositivi elettronici: telefoni cellulari, smartphone, tablet, navigatori satellitari, ecc. Dovete sapere, perciò, che i nostri conti correnti, le informazioni, private e non, che abbiamo in internet, il nostro account su qualsiasi sito, ma più in generale lo scambio di informazioni private tramite i sistemi tecnologici, sono protetti da sistemi di crittografia[5] i quali sfruttano proprio i "***numeri primi***".

Alcuni problemi, ancora aperti, nell'universo dei numeri primi

Nel 1742 Goldbach[6]inviò ad Eulero una lettera in cui gli comunicava la sua formulazione della congettura: "*Ogni numero pari n, con n > 5 è somma di tre numeri primi*". Eulero trasformò questa formulazione in una equivalente : *"Per ogni numero pari n > 2, esistono due numeri primi,non necessariamente distinti, p e q , tali che n = p + q"*.

---

[3] *Peculiar pattern found in 'random' prime numbers*

[4] *-In sociologia e psicologia sociale, si definisce gruppo un insieme di persone che interagiscono le une con le altre, in modo ordinato, sulla base di aspettative condivise riguardanti il rispettivo comportamento, i cui status e i cui ruoli sono interrelati*
-In matematica, un gruppo è una struttura algebrica formata da un insieme non vuoto con un'operazione binaria interna (come ad esempio la somma o il prodotto) che soddisfa alcuni assiomi, cioè l'associatività, l'esistenza dell'elemento neutro e dell'inverso

[5] *Tecnica che permette di "cifrare" un messaggio rendendolo incomprensibile a tutti fuorché al suo destinatario.*

[6] **Congettura di Goldbach-Eulero, 1742:**
"Qualsiasi numero pari maggiore o uguale a 4 è la somma di due numeri primi".

Vanno annoverate altre congetture in merito:

- La congettura formulata da Chen, per i numeri dispari : *“Per ogni numero pari n esistono due numeri primi, p e q, tali che n = p-q” ;*
- La congettura di Brocard : *“Fra i quadrati di due numeri primi, consecutivi e maggiori di 2, ci sono sempre almeno quattro numeri primi”;*
- La congettura nota come congettura dei **numeri fratelli** : *“Esistono infinite coppie di numeri primi la cui differenza è un numero pari qualsiasi”;*
- La congettura dei **numeri primi gemelli** : *“Esistono infinite coppie di numeri primi gemelli”;*
- La congettura formulata da Polignac nel 1849 : *“Per ogni n pari esistono infiniti numeri primi consecutivi, p e q, tali che n = p-q “ ;* questa supposizione risulta essere un generalizzazione della congettura dei numeri primi gemelli se si pone n = 2.

❖ "*Se volete dire a qualcuno che lo amerete per sempre, potreste regalargli un diamante, ma se volete dire a qualcuno che lo amerete davvero per sempre, allora* ***regalategli un teorema*** *e provvedete a dimostrare che il vostro amore non è una semplice congettura*". ***Un teorema è per sempre*** **(Eduardo Saenz de Cabezon).**

Bibliografia e Sitografia

1. ***David Wells, Prime Numbers, The Most Mysterious Figures in Math, John Wiley & Sons, Inc. 2005***
2. ***I Numeri Primi:*** http://mnnugm.altervista.org/mate_disc/mate_disc.pdf
3. ***Coppie di numeri primi***: *http://www.scientificast.it/2014/09/25/**coppie-di-numeri-primi/***
4. ***Numeri Gemelli*** :

   http://areeweb.polito.it/didattica/polymath/htmlS/info/Numeri/Apr08/Apr08.htm
5. ***Numeri Felici*** : http://www.bitman.name/math/article/489/
6. ***Importanza dei numeri primi***: http://sitnthink.altervista.org/limportanza-dei-numeri-primi/
7. ***La congettura dei*** Primi Gemelli. http://matematica-old.unibocconi.it/LangZac/LangZacc3.pdf
8. ***Presentazione dei Primi Gemelli:*** http://mathworld.wolfram.com/TwinPrimes.html
9. ***Presentazione dei Cugini Primi:*** http://mathworld.wolfram.com/CousinPrimes.html
10. ***Le prime venti coppie di Primi Gemelli:***http://primes.utm.edu/top20/page.php?id=1
11. ***Congetture sui numeri primi:***

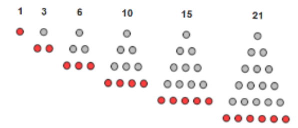
    http://areeweb.polito.it/didattica/polymath/htmlS/argoment/APPUNTI/TESTI/Ott_02/Cap7.html
12. ***Numeri primi gemelli:*** http://it.wikipedia.org/wiki/Numero_primo_gemello
13. ***Twin prime conjecture***: http://en.wikipedia.org/wiki/Twin_prime_conjecture
14. ***Twin prime:*** http://en.wikipedia.org/wiki/Twin_prime
15. ***Cousin prime:*** http://en.wikipedia.org/wiki/Cousin_prime
16. ***Sexy prime:*** http://en.wikipedia.org/wiki/Sexy_prime
17. ***Un Teorema è per sempre:***http://matematica.unibocconi.it/news/un-teorema-%C3%A8-sempre
18. ***Numeri Triangolari***: https://it.wikipedia.org/wiki/Numero_triangolare
19. ***NUMERI E CRITTOGRAFIA (Carlo Toffalori): Scuola Estiva Mathesis Telese Terme,28 luglio 2015.*** http://www.mathesisnazionale.it/archivio-argomenti/relazioni-telese-2015/Carlo-Toffalori.pdf
20. ***Paolo Giordano "La solitudine dei numeri primi", Mondadori***, 2008.
21. ***http://www.nature.com/news/peculiar-pattern-found-in-random-prime-numbers-1.19550***

Applicazioni (fogli di lavoro, a cura dell'autore)

* ***Appendice 1***. https://www.geogebra.org/m/n5wpUMUv (*Numeri Triangolari*)

I numeri Triangolari

Un numero triangolare è un numero poligonale rappresentabile in forma di triangolo, ovvero, preso un insieme con una cardinalità (quantità di elementi) pari al numero in oggetto, è possibile disporre i suoi elementi su una griglia regolare, in modo da formare un triangolo rettangolo isoscele o un triangolo equilatero.



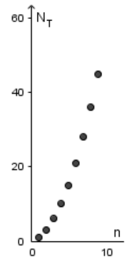
N	T_r
1	1
2	3
3	6
4	10
5	15
6	21
7	28
8	36
9	45
10	55

Formula di Gauss

L'n-esimo numero triangolare T(n) si ottiene sommando fra loro i primi n numeri naturali:

n = 63

$$T(n) = 1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2} = \binom{n+1}{2} = \frac{63(63+1)}{2} = 2016$$



Posizione del numero triangolare

Inserisci n=63

Numero Triangolare

$$T = 2016$$

Trova i numeri triangolari

Inserisci un numero intero

N_T=2016

N_T = 2016

$$Triangolare = true$$

Marcello Pedone
marcellopedone@tin.it

**Appendice 2. https://www.geogebra.org/m/bTHUKdjk (*Numeri Primi*)

Numeri primi e numeri di Marin Mersenne

Scopri se un numero è primo

Inserisci il numero 11

Primo = true

$$Scomposizione = \{11\}$$

Numeri Primi

Da 0 a 100

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, ...

Marcello Pedone
marcellopedone@tin.it

Marin Mersenne(1588-1648), matematico francese, trovò una formula in grado di generare molti numeri primi.

Si chiamano numeri di Mersenne i numeri della forma

$M_p = 2^p - 1$ dove p è primo.

Non tutti i numeri di questo tipo sono primi e se lo sono si chiamano primi di Mersenne.
Per esempio se p=11 si ottiene 2047 che non è primo

$M11 = 2^{11} - 1 = 2047$

Per usare correttamente questa formula inserisci p<53

$$M_pPrimo = false$$

$ScomposizioneM_p = \{23, 89\}$

$$M_p = 2^p - 1$$
$$M_2 = 2^2 - 1 = 3$$
$$M_3 = 2^3 - 1 = 7$$
$$M_5 = 2^5 - 1 = 31$$
$$M_7 = 2^7 - 1 = 127$$
$$M11 = 2^{11} - 1 = 2047 = 23 \cdot 89$$

Pierre de Fermat (1601-1665), contemporaneo di Mersenne, formulò l'ipotesi che i numeri del tipo

$$F_n = 2^{2^n} + 1$$

Fossero primi

Nel 1732, Eulero scoprì che

$$F_5 = 2^{2^5} + 1 = 2^{32} + 1 = = 4294967297$$

non è primo